

## LEZIONE # 14

Le **misure di forza** e le **misure di massa** nella pratica applicazione sono spesso intimamente legate. Attraverso la **forza** inoltre si misurano molte altre grandezze fisiche quali: la **pressione**, la **sollecitazione**, l'**accelerazione**, la **coppia**, la **potenza**, ...

Eseguire una misura di **massa** attraverso la **forza peso** significa adottare la ben nota relazione:

$$F_p = m \cdot g \quad \rightarrow \quad 1kg_m \cdot 9.81m/s^2 = 1kg_f$$

ovvero, significa "saltare" da un sistema di unità misura ad un altro. Infatti, i due termini a primo membro della relazione sono riferiti al *Sistema Internazionale*, mentre il termine a destra è riferito al *Sistema Pratico* degli ingegneri.

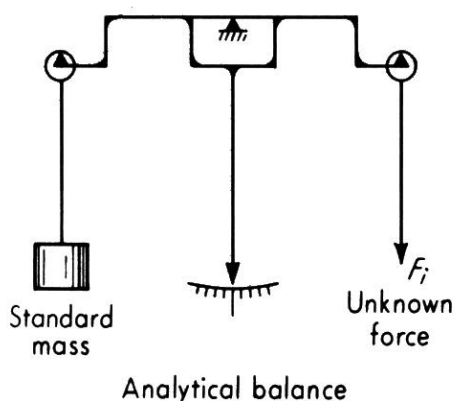


Figura 14.1

Per la misura della forza peso, tra i metodi più elementari, ma anche tra i più sensibili, si annovera la **bilancia a piatti**. Questo strumento è tra i più antichi che si conoscano e costituisce un *metodo diretto* di misura, dal momento che si eguaglia la forza peso incognita con quella di una massa campione. Non avendo una scala graduata, ma solamente un indice muto, la bilancia è anche un tipico *metodo (o strumento) di zero*.

È uno strumento idoneo solamente per la misura di forze *statiche* ma, se realizzato accuratamente, può raggiungere sensibilità dell'ordine di  $10^{-5} \div 10^{-6} g_f$ .

Per avere uno strumento con scala graduata, dove poter leggere direttamente il dato della misura, si deve considerare la massa del bilanciere non trascurabile.

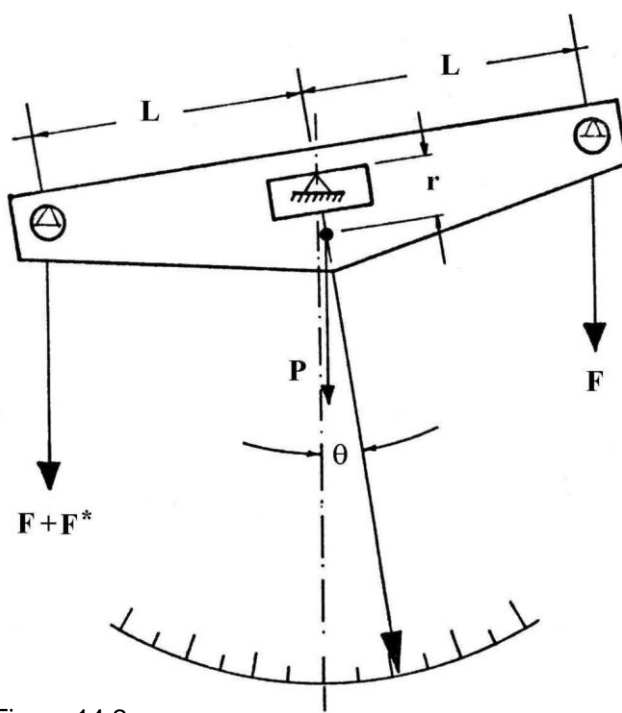


Figura 14.2  
 A.A. 2015/14

La **bilancia analitica** soddisfa bene questi requisiti. Il fulcro centrale, attorno al quale ruota tutto il sistema, è più in alto del baricentro del bilanciere, il quale pesa  $P$ . Le forze peso  $F$  e  $F + F^*$  sono applicate alla distanza  $L$  dal fulcro su appoggi privi di attrito. La presenza di una  $F^*$  aggiuntiva a sinistra, sbilancia il sistema che si va a fermare in una nuova posizione d'equilibrio, inclinata di  $\theta$  rispetto a quella iniziale.

Per ricavare la curva di graduazione, occorre impostare l'equazione di equilibrio dei momenti attorno al fulcro:

$$(F + F^*) \cdot L \cos \theta = F \cdot L \cos \theta + P \cdot r \sin \theta$$

$$F + F^* = F + P \frac{r \cdot \sin \theta}{L \cdot \cos \theta}$$

dalla quale con semplici passaggi si ricava:  $F^* = \frac{P \cdot r}{L} \operatorname{tg} \theta$ .

La *curva di graduazione* non è lineare ma, per rotazioni  $\theta$  piccole, si può confondere l'angolo con la sua tangente  $\operatorname{tg} \theta \cong \theta$ , quindi:  $\theta \cong \frac{L}{P \cdot r} \times F$  e per la *sensibilità* vale:  $S = \frac{\Delta \theta}{\Delta F} \cong \frac{L}{P \cdot r}$ .

Essa è alta per strumenti che hanno i bracci  $L$  del bilanciare lunghi, peso  $P$  del bilanciare limitato e distanza  $r$  del baricentro dal fulcro di rotazione ridotta. Si riconosce subito che le prime due condizioni sono in contrasto tra loro. Bisogna accettare una soluzione di compromesso. La terza condizione si realizza meglio e si riesce ad arrivare anche fino a  $r=0.1\text{mm}$ .

Le bilance possono misurare forze peso e, in generale, forze che agiscono parallelamente alla forza di gravità. Forze dirette lungo una "linea d'azione qualsiasi", devono essere misurate con i **dinamometri**. I dinamometri classici sono tutti basati, chi più chi meno, sulla *misura della deformazione di un elemento elastico*, provocata dalla forza  $F$ .

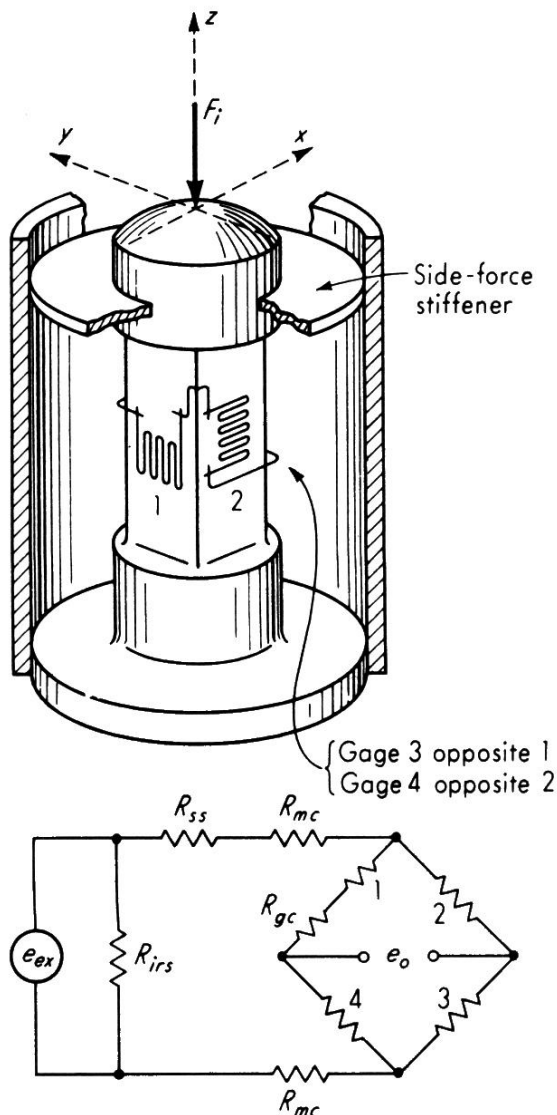


Figura 14.3

Nella figura 14.3 di lato è rappresentata una **cella di carico** con l'elemento elastico sottoposto a deformazione longitudinale. In primo piano, si riconoscono gli estensimetri (1) e (2) applicati con le griglie l'una ortogonale all'altra.

In maniera molto schematica, trascurando in prima approssimazione tutti gli effetti dell'inerzia e dello smorzamento strutturale, si può dire che per un tale elemento vale la legge della forza elastica:  $F = k \cdot x$  dove  $F$  è la forza applicata ed  $x$  è la deformazione longitudinale (positiva o negativa).

Per un elemento elastico a sezione cilindrica sollecitato assialmente, la costante elastica si conosce dalla meccanica dei solidi:  $k = \frac{AE}{l}$  dove  $l$  è la lunghezza dell'elemento,  $A$  è la sezione ed  $E$  è il modulo di Young del materiale.

La *curva di graduazione*:  $x = \frac{l}{AE} \cdot F$  è lineare !

La *sensibilità* è:  $S = \frac{\Delta x}{\Delta F} = \frac{l}{AE}$  costante !

Se l'elemento elastico è metallico, per lunghezze e sezioni ragionevoli, a causa del contributo del modulo di Young al denominatore, la sensibilità non risulta troppo elevata. Fortunatamente gli estensimetri elettrici a resistenza sono trasduttori sensibili che rilevano anche deformazioni piccole ( $\varepsilon \cong 10^{-6}$ ). E' quindi possibile costruire celle di carico a trazione senza dover sacrificare troppo la resistenza meccanica dell'elemento elastico, a tutto vantaggio della sicurezza d'uso. Si tenga

sempre presente che la misura di una forza è una operazione che presenta intrinsecamente qualche rischio, soprattutto quando le forze in gioco sono di una certa entità.

Quando si devono misurare forze piccole, ai fini della sensibilità, è conveniente adottare un elemento elastico che ha un modo di deformarsi favorito dalla propria "disposizione geometrica" e si preferisce utilizzare *celle di carico a flessione*. Si osservi che l'elemento elastico può assumere le forme più svariate, come evidenziato anche negli esempi riportati sotto nella figura 14.4, pur di garantire la funzione che è chiamato a svolgere, ovvero presentare deformazioni elastiche rigorosamente proporzionali alla forza applicata.

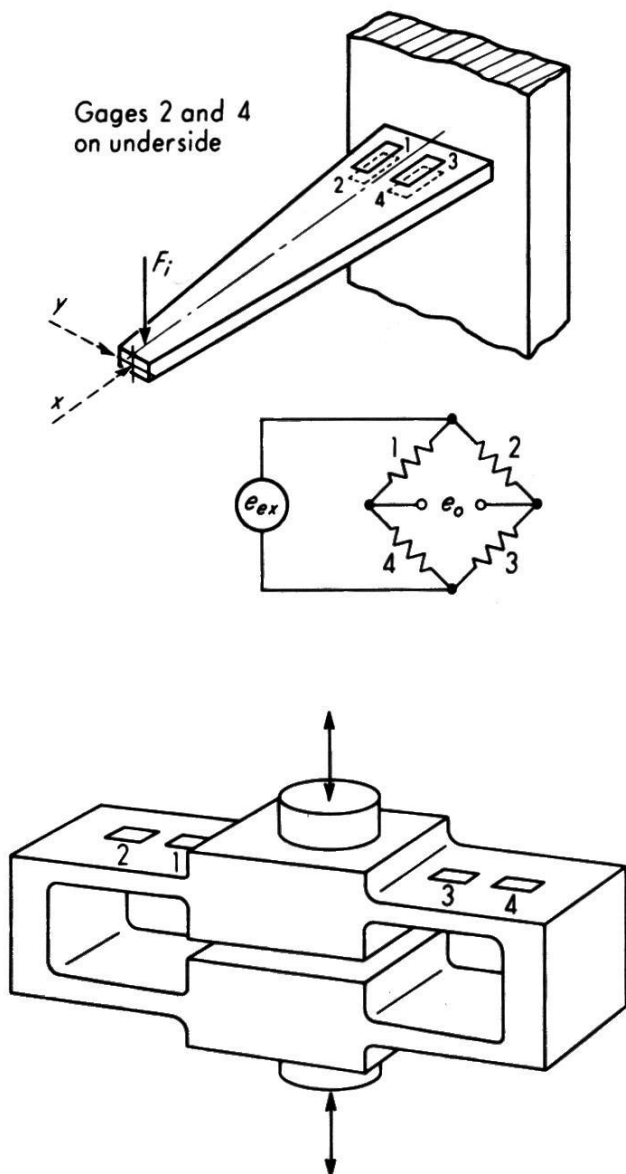


Figura 14.4

sagomato, alcuni esempi del quale sono riportati sotto nella figura 14.5, insieme alla direzione di applicazione della forza da misurare.

Vale ancora la relazione elastica generale:  $F = k \cdot x$  dove, per la costante elastica  $k$  si ha ora  $k = \frac{3EI}{l^3}$  con  $l$  lunghezza della lamina,  $I$  momento d'inerzia di sezione,  $E$  modulo di Young.

Si ricava quindi facilmente:  $x = \frac{l^3}{3EI} \cdot F$  la *curva di graduazione* !

La *sensibilità*:  $S = \frac{\Delta x}{\Delta F} = \frac{l^3}{3EI}$  a parità di materiale e di geometria, è decisamente più alta che non per la *cella a trazione* di sopra. Anche l'elemento elastico dell'esempio in basso nella figura 14.4, è sollecitato a flessione fino a che la forza di compressione non porta a contatto le due facce quadrate degli elementi centrali, scongiurando una rottura improvvisa per eccesso di carico. La "protezione passiva" non funziona invece per forze di trazione che tenderebbero ad allontanare gli elementi centrali.

Un caso particolare di misura di forza è la misura del momento torcente su di un albero, già esaminata come esempio applicativo nella lezione sull'estensimetria.

Si tenga presente che esistono anche celle di carico funzionanti su principi fisici differenti, ad esempio, le celle di carico piezoelettriche, che però possono essere utilizzate solamente per misure di forze *dinamiche*.

La grande maggioranza dei trasduttori di forza in commercio sono comunque basati sulla misura della deformazione elastica di un elemento metallico opportunamente

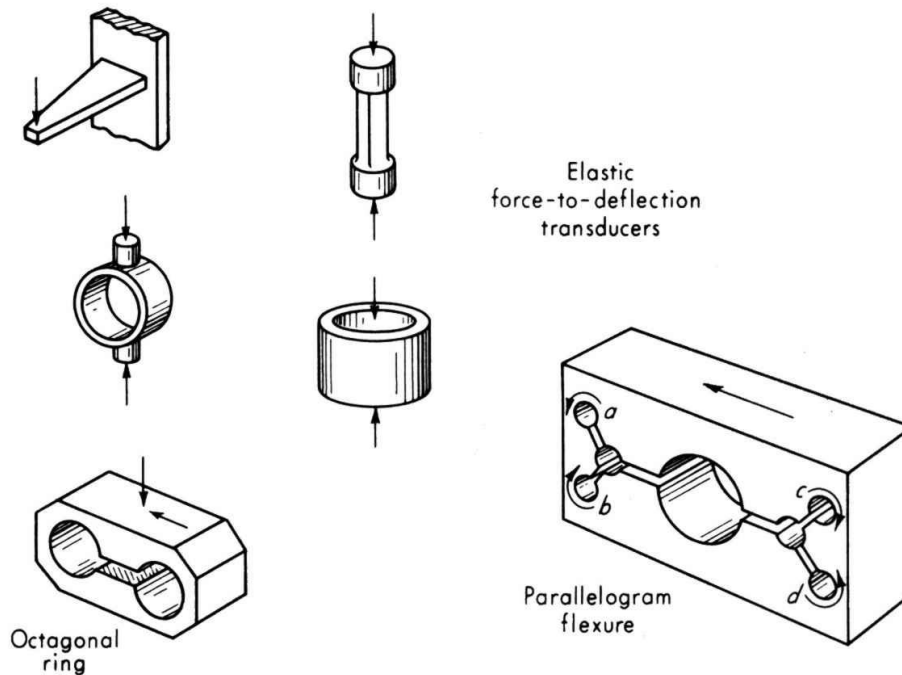


Figura 14.5

Quando le forze da misurare sono veramente grandi, si preferisce utilizzare **celle di carico idrauliche o pneumatiche** che effettuano la misura della forza in modo indiretto, passando attraverso la **misura della pressione** di un fluido. Queste celle di carico, sono tutte basate sulla definizione di pressione:  $F = P \cdot A$ , conoscendo l'area "A" della superficie che comprime il fluido si ricava la forza  $F$ . Una sezione di cella idraulica e uno schema di cella pneumatica sono riportati sotto, a titolo d'esempio, nella figura 14.6.

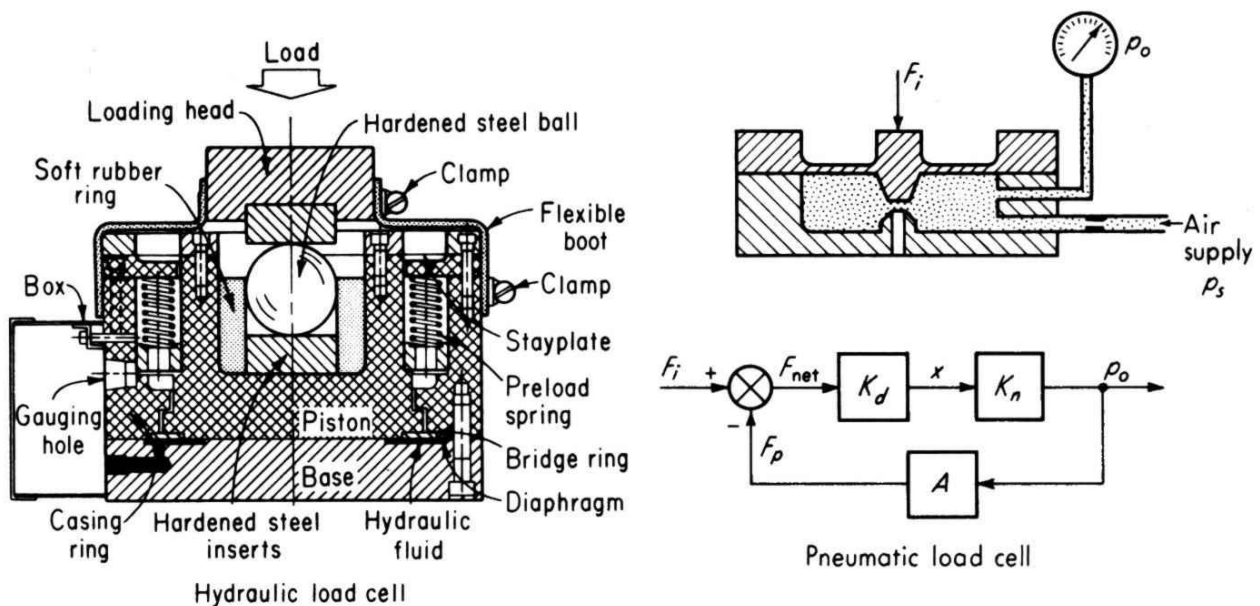


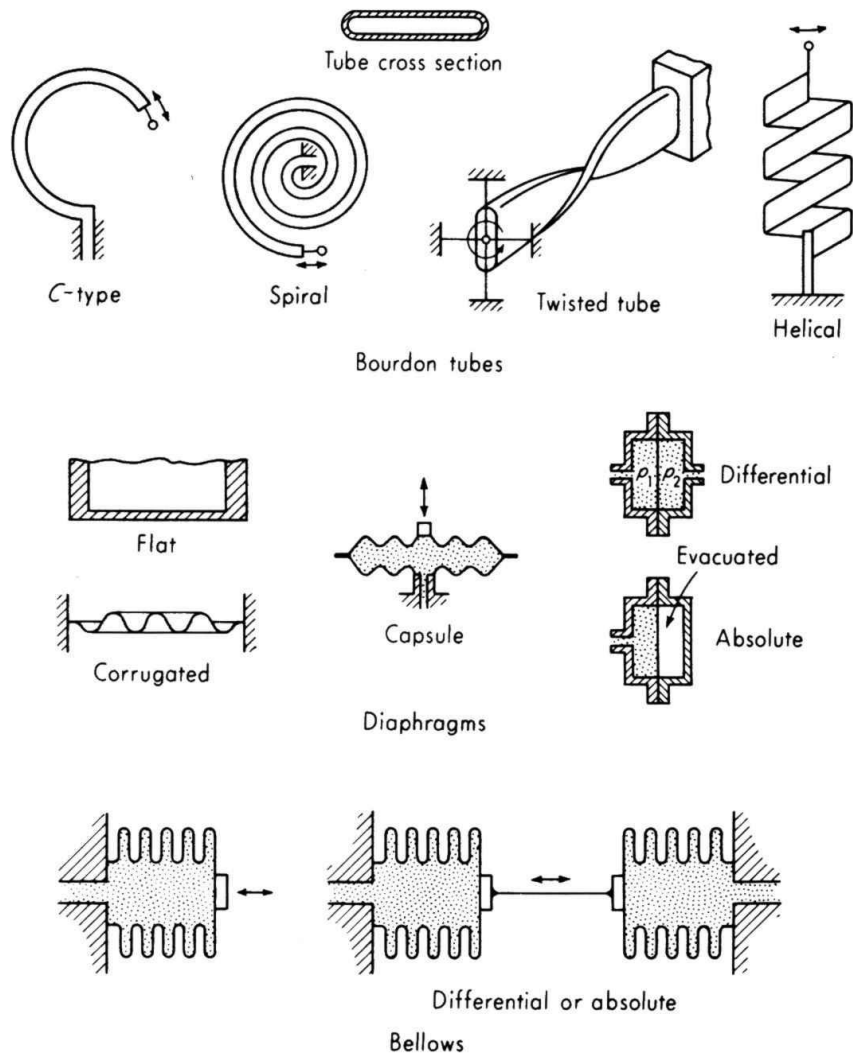
Figura 14.6

Per la **misura della pressione**, spesso si fa riferimento direttamente alla **definizione fisica** di pressione:  $[P] = [F] \cdot [L^{-2}]$ . In un modo o nell'altro, si tratta sempre di misurare la forza  $F$  esercitata

da un fluido su di una superficie di dimensioni note. Gli strumenti che effettuano la misura della pressione prendono il nome di **manometri**.

Esistono essenzialmente 3 tipologie distinte di manometri:

1) I **manometri metallici** sono basati tutti sulla *deformazione di un elemento elastico* al quale viene applicata la forza di pressione. La geometria e lo spessore dell'elemento elastico possono essere i più vari possibili, una serie di esempi realizzativi sono riportati qui sotto nella figura 14.7.



Elastic pressure transducers.

Figura 14.7

Tra i manometri metallici è interessante accennare al **manometro Bourdon** che ha rappresentato una "pietra miliare" tra i misuratori di pressione ed è tutt'oggi uno dei pochi strumenti analogici ad ago ancora estesamente utilizzato. Il "cuore" del manometro Bourdon è costituito da un tubicino schiacciato, incurvato o avvolto a spirale (vedi ancora la figura 14.7), dentro il quale viene immesso il fluido di cui si vuole misurare la pressione.

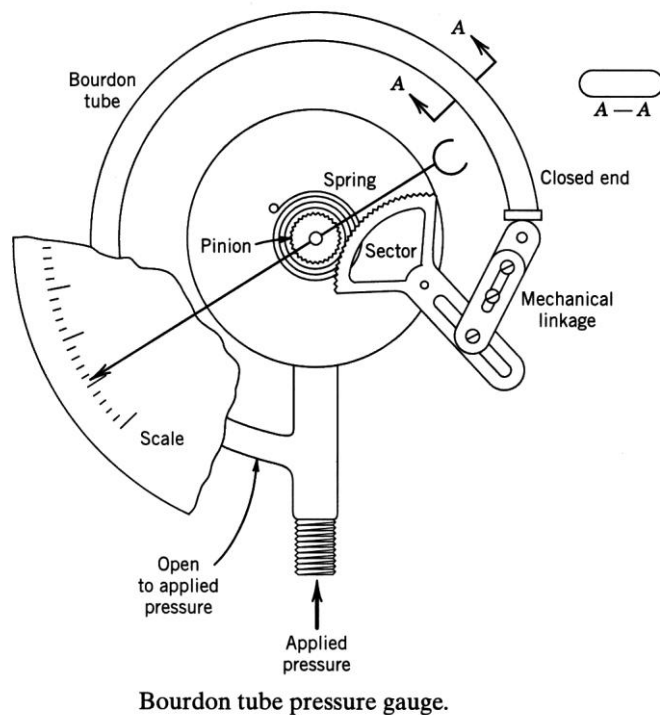


Figura 14.8

Il fatto di avere il tubicino con la sezione non circolare è *essenziale* ai fini del funzionamento. Infatti, con riferimento al manometro di Bourbon classico, a “tubicino incurvato”, rappresentato nella figura 14.8, all’aumentare della pressione del fluido all’interno del tubicino, le forze di pressione agiscono come se volessero “gonfiare” il tubicino. La sezione del tubicino tende a perdere la forma schiacciata e ad assumere una forma sempre più simile a quella circolare, come rappresentato sotto in figura 14.9. Questa circostanza fa sì che, qualunque tratto di tubicino si voglia considerare, la parte di tubicino rivolta verso il *centro di curvatura* (la “pancia” del tubicino) tende ad avvicinarsi ad esso, quindi le fibre del materiale manifestano uno stato tensionale di compressione. Di contro, la parte di tubicino rivolta verso l’esterno del *centro di curvatura* (il “dorso” del tubicino) tende ad allontanarsi da esso, quindi le fibre del

materiale manifestano uno stato tensionale di trazione. Per compensare la tensione di trazione delle fibre del dorso e di compressione delle fibre della pancia, venutosi a creare a causa della pressione interna, il tubicino può fare solamente una cosa: *svolgersi* ed aumentare il proprio raggio di curvatura.

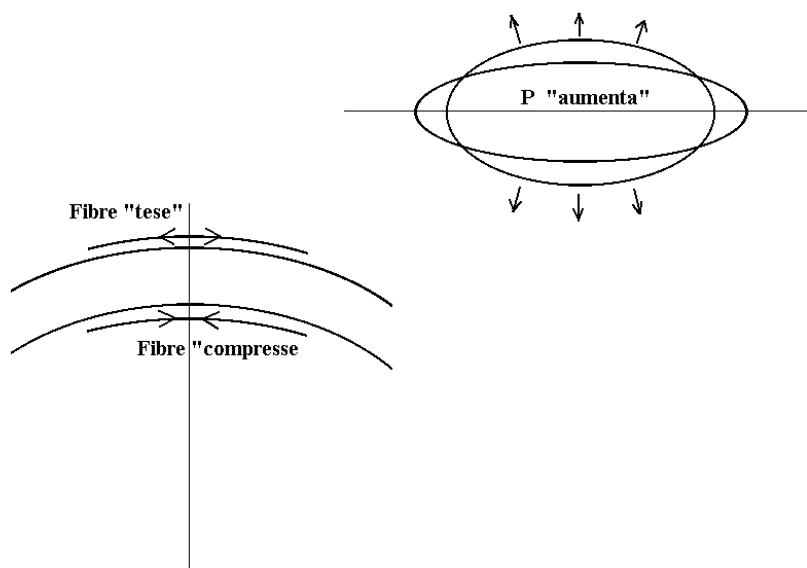


Figura 14.9

Una serie di ruotismi e manovellismi meccanici, amplifica il movimento di apertura del tubicino ed agisce direttamente sulla rotazione di un ago, che indica sul quadrante frontale il valore della pressione interna al tubicino.

I manometri Bourbon sono tutti rigorosamente “tarati” dal costruttore.

Uno spaccato completo di un manometro Bourbon professionale, con illustrati i sistemi di compensazione della temperatura e della deformazione meccanica dei

meccanismi di amplificazione, è riportato a titolo d’esempio nella figura 14.10 della pagina seguente.

Tutti i manometri metallici hanno il difetto di essere soggetti ad un pericoloso *errore sistematico*. Essendo il principio di funzionamento basato sulla *deformazione*  $\epsilon$  di un elemento elastico, al quale viene applicata la pressione  $P$ , occorre scongiurare il rischio che l’elemento elastico possa essere



sollecitato al punto da rimanere affetto da una *deformazione permanente*  $\epsilon_p$ . Tale circostanza si avvera allorché la pressione deforma l'elemento oltre il *limite di elasticità*, provocando di fatto una "alterazione permanente" alla risposta del trasduttore. Il guaio è che non sempre l'utente riesce ad accorgersi del danno, infatti lo strumento apparentemente può continuare a funzionare, fornendo indicazioni sulla pressione, anche ripetitive, che però non corrispondono più al corretto valore numerico della P. I manometri metallici di qualità hanno tutti un valore di *sovraccarico nominale* sufficientemente maggiore della portata massima. E' comunque consigliabile sottoporre questi trasduttori a verifiche e tarature periodiche.

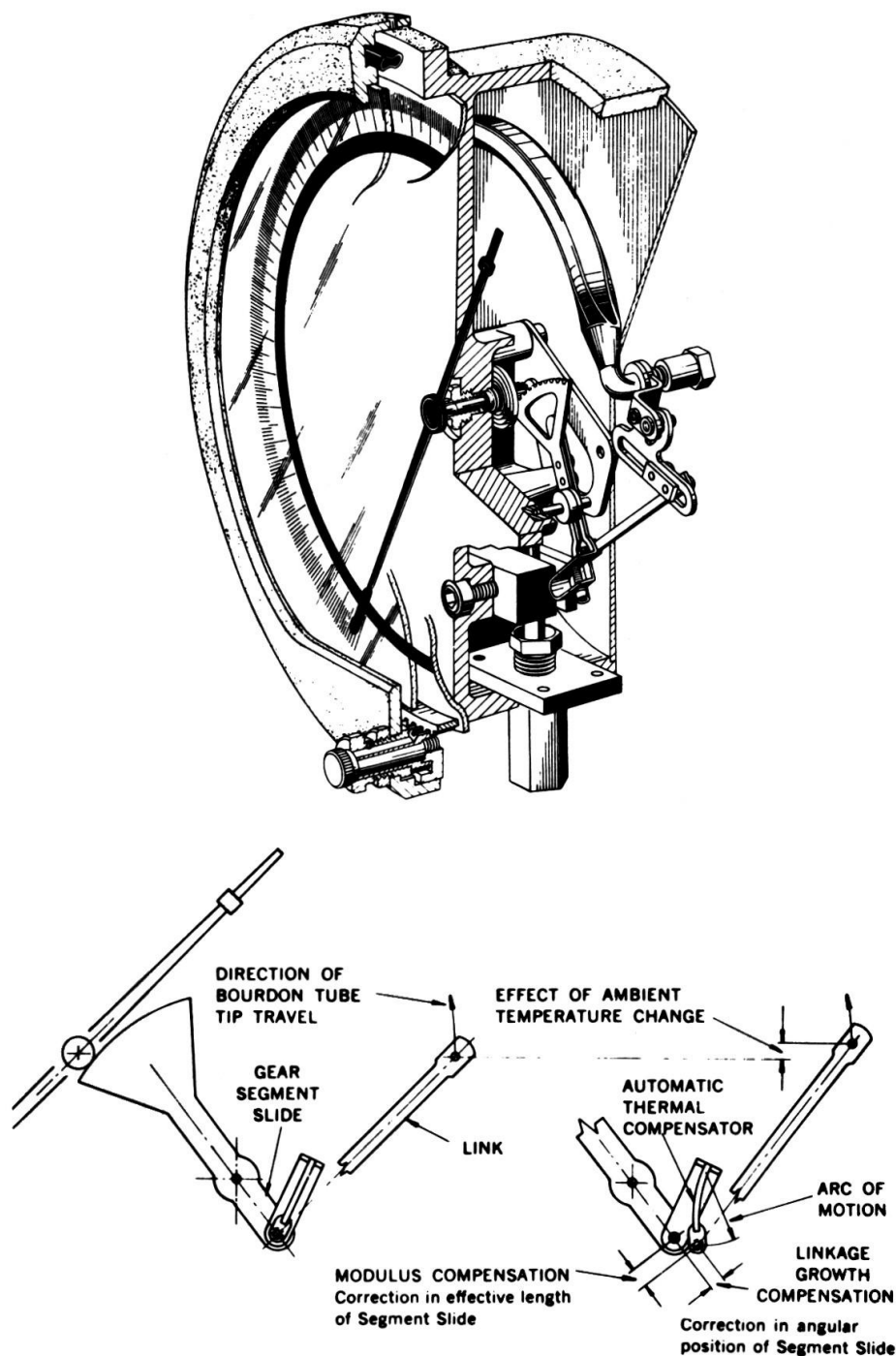


Figura 14.10

Un'altra tipologia di manometri metallici sono le *celle di pressione*. Esse forniscono in uscita un segnale elettrico proporzionale alla deformazione di una "membrana metallica" opportunamente configurata. Questi trasduttori sono costituiti da una "camera di pressione" (in genere cilindrica) a pareti spesse che viene messa in comunicazione con il fluido in pressione. Una parete della camera (in genere il fondo del cilindro) viene costruita "convenientemente" più sottile, in modo da consentirne la deformazione controllata, proporzionale alla pressione. Questa "parete sottile" costituisce la *membrana* del manometro. La deformazione viene rilevata quasi sempre da estensimetri elettrici a resistenza opportunamente configurati e disposti sulla membrana. Due esempi relativi alle celle di pressione, con indicato il principio di funzionamento della membrana, sono riportati qui sotto nella figura 14.11.

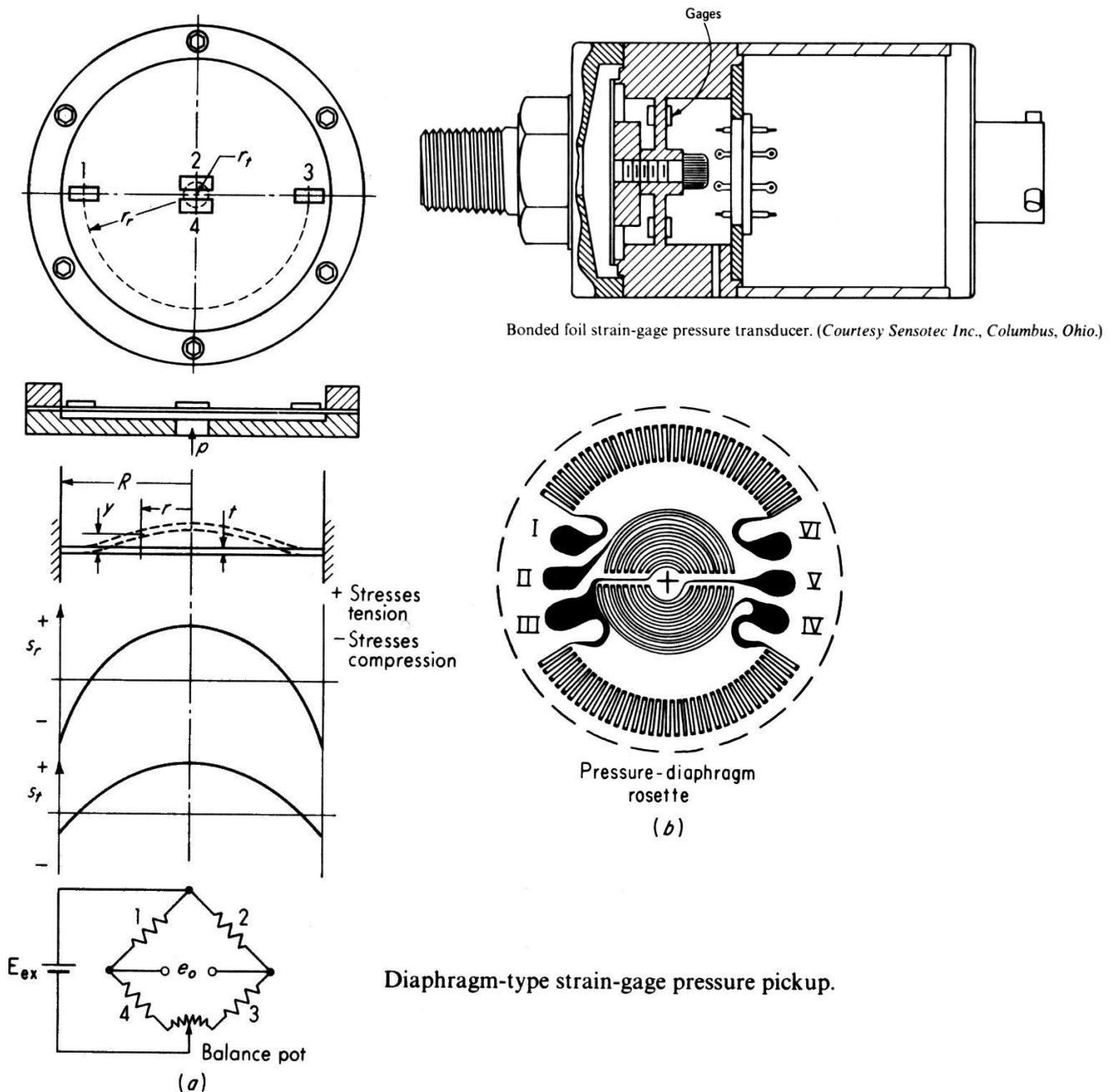
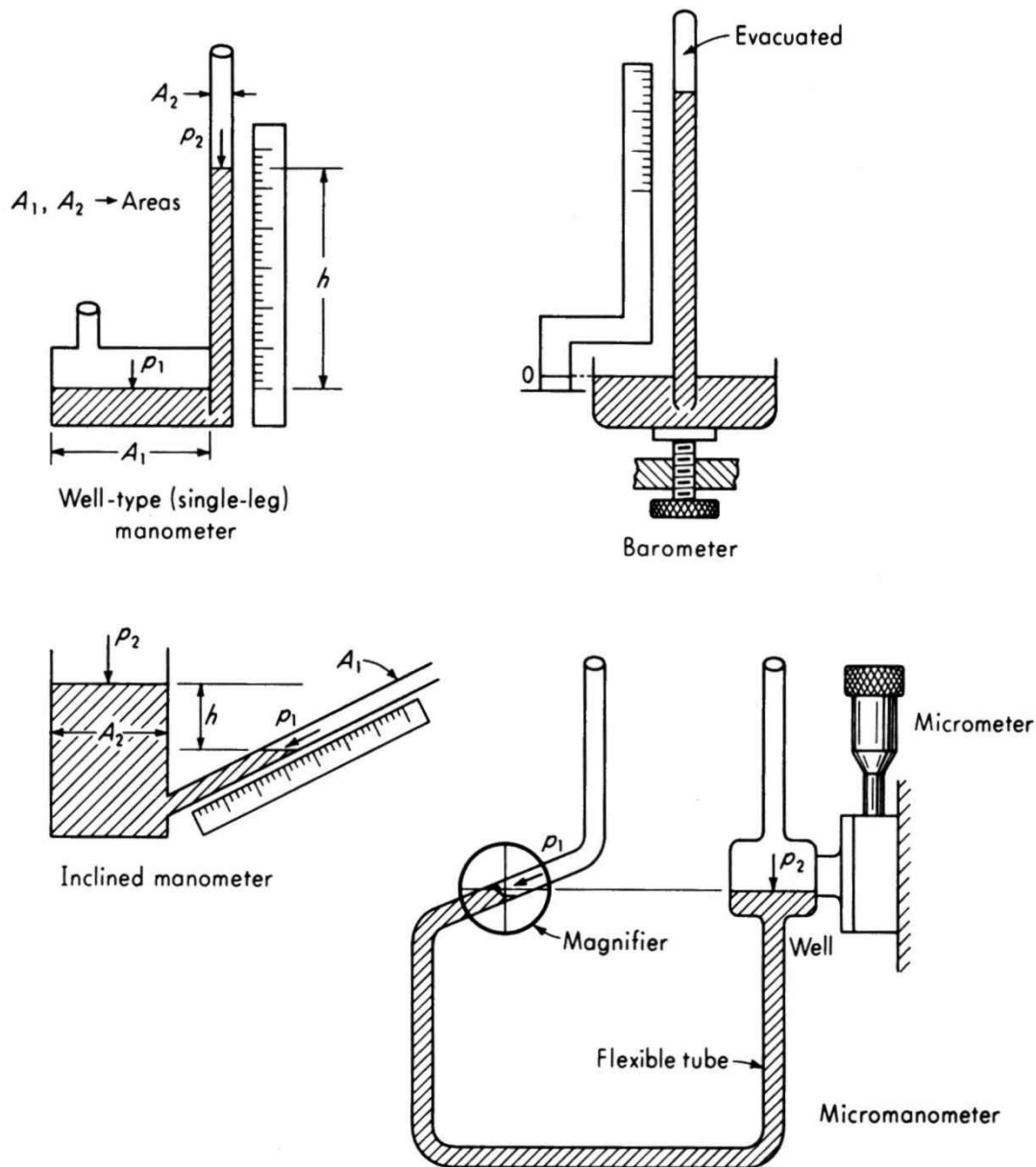


Figura 14.11





2) I **manometri a liquido** sono basati sull'equilibrio tra le *forze di pressione* esercitate dal fluido alla pressione incognita e la *forza peso* di una colonna di liquido manometrico. L'equilibrio si attua dentro un opportuno condotto trasparente. I manometri a liquido sono strumenti semplici ed *affidabili*, una volta graduati e tarati per bene, difficilmente vanno soggetti ad errori sistematici: o si rompono del tutto, o funzionano con la precisione iniziale. Alcuni esempi realizzativi di manometri a liquido sono riportati qui sotto nella figura 14.12.



Various forms of manometers.

Figura 14.12

Il manometro a liquido più diffuso è certamente il **barometro**. Esso è costituito da un semplice tubicino rovesciato pieno di mercurio (fino ad una certa altezza) immerso alla base dentro una vaschetta di mercurio a "cielo aperto" (in comunicazione con l'ambiente esterno). Con riferimento alla stessa figura 14.12, il principio di funzionamento è fondato sull'equilibrio tra la *forza peso*



della *colonnina di mercurio* nel capillare e la *forza peso esercitata dalla colonna d'aria* che insiste sulla superficie libera del mercurio nella vaschetta. Si intende per *colonna d'aria* quella che si eleva per chilometri fino agli strati più esterni dell'atmosfera. Dalla meteorologia si conosce che tale forza peso (pressione specifica, ovvero per unità di superficie) è influenzata da tutti gli eventi climatici ed atmosferici che avvengono entro questa ideale colonna d'aria. La *curva di graduazione* è fornita dalla ben nota legge di Stevino:  $P_a = \rho g h$  che, quando la pressione atmosferica è pari a  $P_a = 101325 \text{ Pascal}$  con la densità del mercurio pari a  $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$  produce un'elevazione della colonnina di mercurio nel capillare  $h = 760 \text{ mm}$ .

Si faccia bene attenzione a non confondere l'atmosfera fisica ( $1 \text{ Atm} = 101325 \text{ Pa}$ ) con l'atmosfera tecnica ( $1 \text{ Atm} = 1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.81 \text{ N/10}^{-4} \text{ m}^2 = 98100 \text{ Pa}$ ). Per quanto piccola, la differenza numerica tra le due definizioni di atmosfera può ingenerare problemi nel dimensionamento delle condotte in pressione. Fortunatamente, oggi nel SI viene tollerato il  $\text{bar} = 100000 \text{ Pa}$  che, essendo numericamente di valore intermedio tra le due definizioni di atmosfera, elimina la pericolosa possibilità di equivoci.

Sempre con riferimento alla figura 14.12, la *curva di graduazione* del manometro differenziale, nella sua forma più generale, è la seguente:

$$P_1 + \rho_1 g a = P_2 + \rho_2 g b + \rho_m g h \quad \text{ovvero} \quad \frac{P_1 - P_2}{\rho_m g} = \frac{\rho_2}{\rho_m} b - \frac{\rho_1}{\rho_m} a + h$$

dove i contributi  $\rho_1 g a$  e  $\rho_2 g b$  possono quasi sempre essere trascurati essendo  $\rho_1 \ll \rho_m$  e  $\rho_2 \ll \rho_m$ .

Rimane quindi:  $\frac{P_1 - P_2}{\rho_m g} = h$  formalmente del tutto identica a quella vista prima per il barometro.

Talvolta, per aumentare la sensibilità vengono utilizzati "tubi graduati inclinati", come indicato ancora nell'esempio di figura 14.12. Si ottiene in tal modo un' *amplificazione* dell'indicazione in uscita, ovvero un aumento della *sensibilità* dello strumento: la lettura  $l$  risulta infatti  $l = \frac{h}{\sin \theta}$

dove  $\theta$  è l'inclinazione del tubo graduato.

3) i **manometri elettrici** sono costituiti da un trasduttore, ovvero un elemento sensibile, che trasforma direttamente la *forza di pressione* in un *segnale elettrico*. Le forme e i principi di funzionamento di questi manometri sono i più vari, come pure le *caratteristiche metrologiche*. Alcune realizzazioni pratiche sono riportate a titolo d'esempio qui sotto: una cella di pressione piezoelettrica nella figura 14.13, un manometro a semiconduttore nella figura 14.14 e una cella di pressione capacitiva nella figura 14.15.

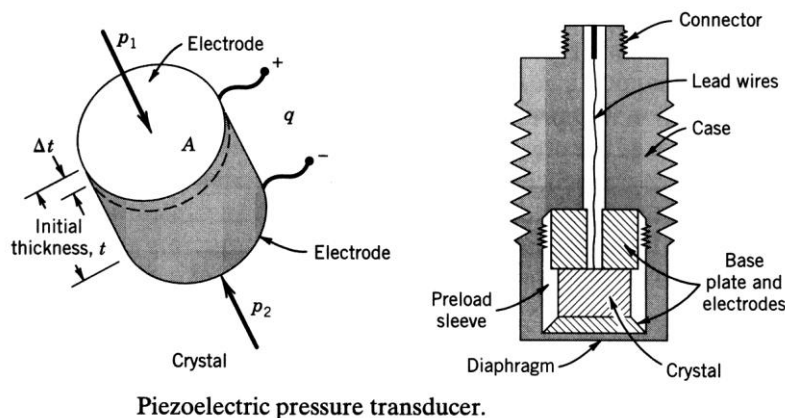
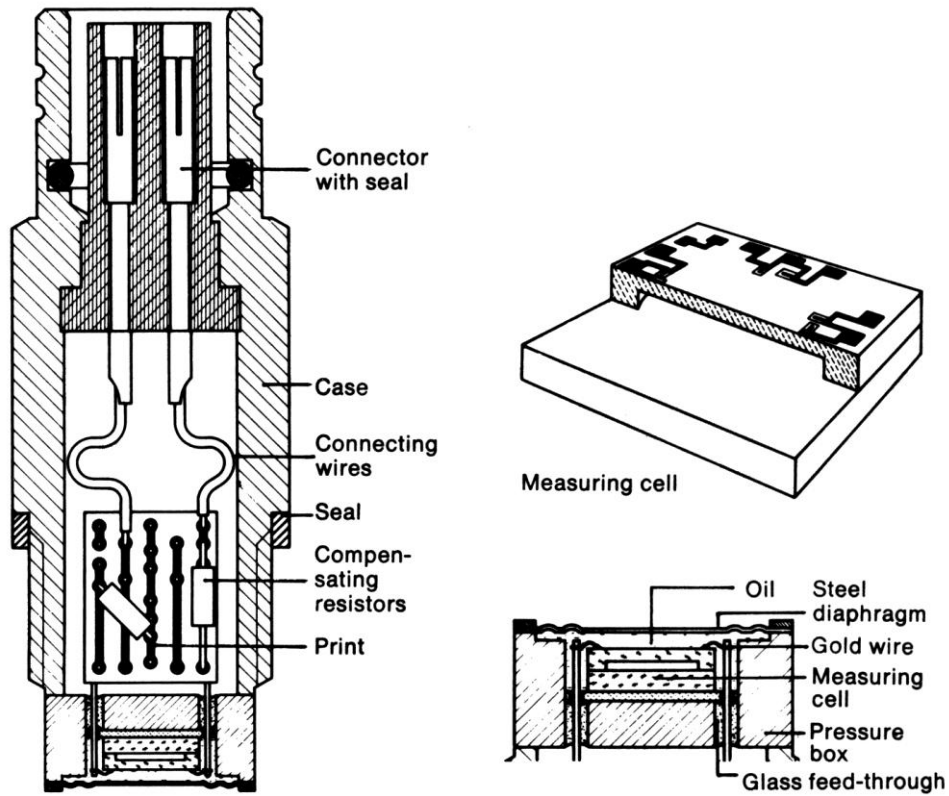


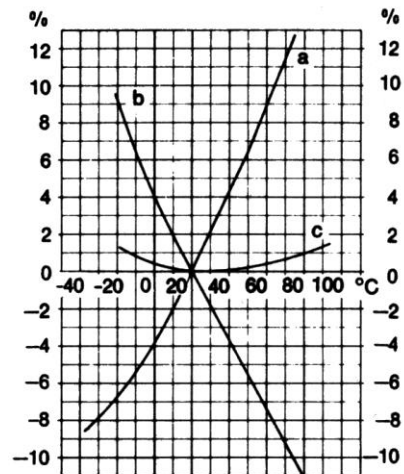
Figura 14.13



**Current excitation**

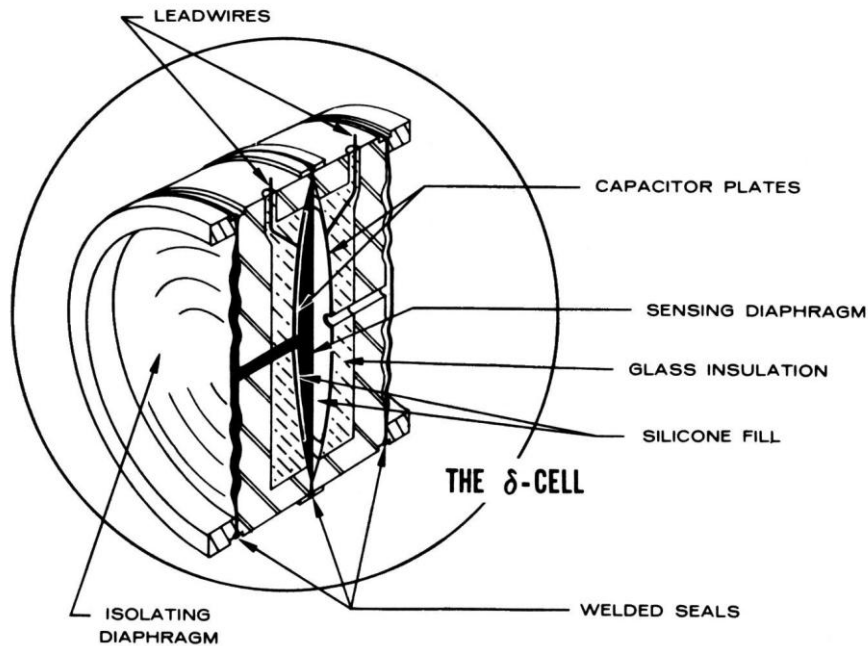
The pressure transducers are excited by constant current. The voltage rise due to the increase in resistance with temperature compensates for the decrease of the gage factor with temperature. The graph shows the typical relative changes of the resistance  $R$ , the gage factor  $G$  and the output voltage  $U_{out}$  in function of temperature.

- a)  $\frac{\Delta R}{R}$
- b)  $\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta U_{out}}{U_{out}}$  with constant voltage excitation
- c)  $\frac{\Delta U_{out}}{U_{out}}$  with constant current excitation



Diffused semiconductor strain-gage transducer. (Courtesy Kistler Instruments, Amh N. Y., model 4041.)

Figura 14.14



Capacitive differential-pressure transmitter. (Courtesy Rosemount Inc.,)

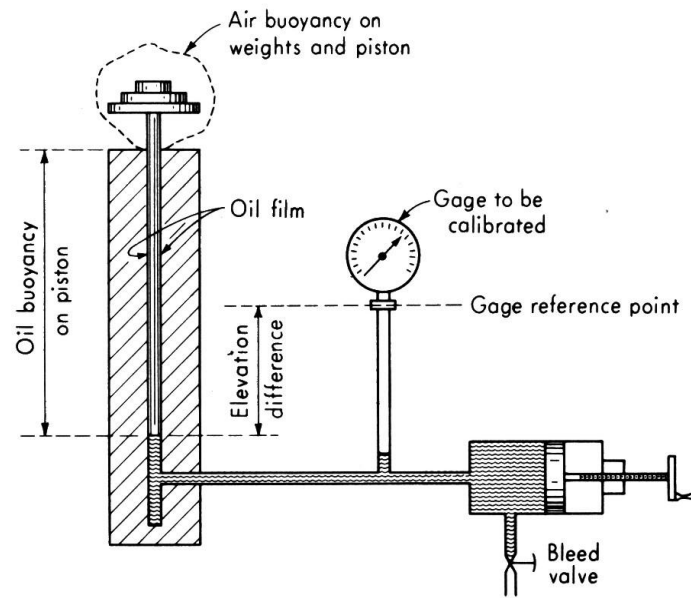
Figura 14.15

I manometri vengono tarati su banchi appositi. In figura 14.16 si riporta lo schema di principio di uno di tali banchi. Il banco agisce in virtù della forza peso di alcune masse campione che, per mezzo di un opportuno pistone, mettono in pressione l'olio del circuito interno ed esercitano in tal modo sul trasduttore del manometro la forza di pressione di riferimento.

La relazione di taratura è  $P = \frac{F_{pesi}}{A}$  con  $A$  sezione del pistone.

Si osservi attentamente, anche sotto nella figura 14.16, che in sede di taratura potrebbe essere necessario portare in conto la differenza di quota tra l'area del pistone in contatto con l'olio e la flangia di accoppiamento con il manometro oltre alla *spinta di Archimede* dell'aria sui pesi:

$$F_{pesi} = V(\rho_{pesi} - \rho_{aria})g .$$



Deadweight gage calibrator.

Figura 14.16

Note:

Figure 14.2 courtesy of:  
Branca Francesco Paolo – *Misure Meccaniche* – ed. ESA 1989

Figure 14.1, 14.3, 14.4, 14.5, 14.6, 14.7, 14.10, 14.11, 14.12, 14.14, 14.15, 14.16 courtesy of:  
Doebelin Ernest O. – *Measurement systems, application and design* – McGraw Hill

Figure 14.8, 14.13 courtesy of:  
Figliola, Beasley – *Theory and Design for Mechanical Measurement* – John Wiley & Sons, Inc.